

Aufgaben zu MRI und Spin

MRI: magnetic resonance imaging, MRT: Magnetresonanztomographie

Das "gyromagnetische Verhältnis" für das Proton beträgt $\gamma_p = 42.577\,478\,518(18)$ MHz/T.

Das magnetische Dipolmoment des Protons ist $p_m = 1.410\,606\,797\,36(60) \cdot 10^{-26}$ J/T.

(physics.nist.gov, 16. Jan. 2024)

1. Bei welcher magnetischen Feldstärke beträgt die Kernresonanzfrequenz 102.8 MHz?
2. Die Feldstärke nehme zu mit $B = B_0 + \beta z$, wobei $B_0 = 2.873$ T und $\beta = 0.237$ T/m ist. Bei welcher z-Koordinate beträgt die Resonanzfrequenz 126.41 MHz?
3. a) Berechnen Sie die Wellenlänge von Radiostrahlung der Frequenz 102.8 MHz.
b) Wie ist es möglich, mit Strahlung dieser Wellenlänge eine Auflösung von einem Millimeter zu erreichen?
4. Der Energieunterschied zwischen den zwei möglichen Orientierungen eines Protonen-Kernspins kann mit $\Delta E = 2B_z p_z$ berechnet werden, wobei B_z die Feldstärke des in z-Richtung orientierten Magnetfelds ist und p_z die Komponenten des magnetischen Dipolmoments parallel zur z-Achse.
a) Berechnen Sie p_z für die genannten 102.8 MHz.
b) Stimmt die Einheit mit jener aus der klassischen Beziehung $\vec{p}_m = I \vec{A}$ überein?
c) Woher kommt der Faktor Zwei?
5. Der Spin \vec{S} eines Protons *und* seine z-Komponente S_z sind "halbzahlig", d.h. der Spin (innerer Drehimpuls) eines Protons ist zweifach quantisiert (bei Elektronen und Neutronen auch).

$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad s = 1/2 \quad S_z = m_z\hbar \quad m_z \in \{-1/2, +1/2\}$$

Welche Orientierungen des Spinvektors sind noch möglich? Berechnen Sie den Winkel des Vektors mit der z-Achse.

Lösungen

1) 2.414 T 2) 0.405 m 3a) 2.922 m b) - 4a) $1.41 \dots 10^{-26}$ J/T b) - c) - 5) 54.7°, 125.3°