

Aufgaben zur quantisierten Rotation und Vibration

Die Energieniveaux eines harmonischen Oszillators sind $E_n = hf \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right)$ mit $n \in \mathbb{N}_0$.

Die quantisierten Energieniveaux eines starren Rotators sind $E_\ell = \ell(\ell + 1)\hbar^2/(2J)$, wobei $\ell \in \mathbb{N}_0$, J das Trägheitsmoment des starren Körpers und $\hbar = h/(2\pi)$ ist.

- Die Rotationsenergie eines starren Körpers kann $E_{\text{rot}} = L^2/(2J)$ geschrieben werden.
 - Wie berechnet sich der innere Drehimpuls (Spin) L in der klassischen Physik?
 - Wie wird der Spin quantenphysikalisch berechnet?
 - Welche Erkenntnis gewinnt man aus dem Vergleich?
- Ein Kügelchen aus Quarzglas von 100 nm Durchmesser und 2000 kg/m^3 Dichte wird durch Absorption eines Photons in Rotation versetzt. Ein Photon überträgt den Drehimpuls \hbar (Photon-Spin).
 - Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Kügelchens.
 - Berechnen Sie die Rotationsenergie des Kügelchens.
 - Mit welcher Winkelgeschwindigkeit rotiert das Kügelchen?
 - Die Gruppe von Prof. Novotny liess im Jahr 2018 ein solches Kügelchen mit 1.029 GHz rotieren. Berechnen Sie die Rotationsquantenzahl ℓ .
- Die Streckschwingung des $^{16}\text{O}_2$ Sauerstoffmoleküls hat die "Frequenz" 1556 cm^{-1} . Die Bindung lässt sich als Feder mit Federkonstante k modellieren. Nach klassischer Physik wäre die Schwingungsfrequenz $f \cdot 2\pi = \sqrt{2k/m}$ wobei m die Masse eines Sauerstoffatoms darstellt.
 - Drücken Sie die "Frequenz" in Hertz aus.
 - Warum enthält die klassische Frequenzformel die doppelte Federkonstante?
 - Berechnen Sie die Federkonstante k .
 - Die Bindungslänge (Abstand der Sauerstoff-Atomkerne) beträgt 121 pm. Berechnen Sie das Trägheitsmoment bezüglich der Rotation um den Schwerpunkt.
 - Berechnen Sie die Übergangsenergie von $\ell = 0$ nach $\ell = 1$ für die Rotation in cm^{-1} .
- Ein gewöhnliches Federpendel mit Pendelmasse 400 g hat die Schwingungsdauer 1.08 s und Amplitude 2.73 cm.
 - Wie gross ist die Federkonstante?
 - In welchem Schwingungszustand n befindet es sich?

Lösungen

- 1) - 2a) $1.05 \cdot 10^{-33} \text{ kg m}^2$ b) $1.06 \cdot 10^{-35} \text{ J}$ c) 0.101 rad/s d) $6.42 \cdot 10^{10}$
3a) 46.65 THz b) - c) 1141 N/m d) $1.94 \cdot 10^{-46} \text{ kg m}^2$ e) 2.897 cm^{-1}
4a) 13.5 N/m b) $8.22 \cdot 10^{30}$