

Aufgaben zur Quantenphysik II

1. Im Vakuum des Weltalls können Wasserstoffatome in sehr hohe Zustände angeregt werden, sog. Rydberg-Zustände. Betrachten Sie den Zustand $n = 300$ im Bohrschen Atommodell.
 - a) Welchen Radius hätte die Elektronenbahn für $n = 300$ im Bohrschen Atommodell?
 - b) Wie gross wäre der Energieunterschied zwischen den Zuständen $n = 300$ und $m = 299$?
 - c) Berechnen Sie die Frequenz der zu diesem Unterschied gehörenden, el'mag. Strahlung.

2. Landau-Niveaux

Wenn sich Elektronen in einem Magnetfeld auf Kreisbahnen bewegen und Elektronen Welleneigenschaften haben, folgt daraus, dass die Bahnen und damit die möglichen Energien quantisiert sind. Sie sollen das Vorgehen beim Bohr-de Broglie Atommodell auf diesen Fall übertragen.

- a) Leiten Sie den Radius einer Kreisbahn im Magnetfeld formal her (Zyklotronradius).
- b) Wie muss der Umfang der Kreisbahn mit der de Broglie Wellenlänge zusammenhängen? Und wie diese Wellenlänge mit der Schnelligkeit v ?
- c) Die Gesamtenergie des Elektrons in der Kreisbahn ist gleich seiner kinetischen Energie E_k . Drücken Sie E_k durch das Magnetfeld sowie Ladung und Masse des Elektrons aus.

Aus der 'richtigen' Quantenphysik (nach Schrödinger) folgt die Beziehung

$$E_N = \frac{eB\hbar}{2\pi m} \cdot \left(N + \frac{1}{2}\right) \quad N \in \mathbb{N}_0 \quad \text{L. Landau, 1930 (Spezialfall)}$$

- d) Für welche Quantenzahlen stimmt Ihre Formel mit der 'richtigen' überein?
 - e) Berechnen Sie die Grundzustandsenergie für $B = 537$ mT in Joule und Elektronvolt.
3. Zyklotronstrahlung von einem Neutronenstern
Im Jahr 2002 wurden Zyklotron-Absorptionslinien von einem Neutronenstern beobachtet. Die Spektrallinien lagen im Röntgenbereich bei 0.7 keV, 1.4 keV und 2.1 keV (Nature, 423, 725-727, 12 June 2003). In der genannten Arbeit wurde daraus die magnetische Feldstärke B geschätzt. Es wurde angenommen, dass Elektronen zwischen verschiedenen Energieniveaux wechseln. Verwenden Sie die oben genannte Landau-Formel, um die Energieniveaux darzustellen und daraus die magnetische Flussdichte B zu berechnen.
 4. Eine Hantel (Gesamtmasse 12 kg, Abstand der Teilmassen 25 cm) rotiere um eine Achse durch den Schwerpunkt. Die Rotationsachse sei senkrecht zum Hantelgriff.
 - a) Berechnen Sie den Drehimpuls als Funktion der Winkelgeschwindigkeit, Gesamtmasse und Hantelgrifflänge.
 - b) Wie gross wäre die Winkelgeschwindigkeit bei $1 \hbar$ Drehimpuls? (Drehimpulsquantum)
 5. Das Elektron hat aufgrund seines Spins ein magnetisches Dipolmoment der Stärke $-928.476\,462\,0(57) \cdot 10^{-26}$ J/T.
 - a) Wie gross ist der Energieunterschied zwischen paralleler und antiparalleler Ausrichtung des Spins in einem Magnetfeld der Stärke 1.38 T?
 - b) Diesem Energieunterschied kann eine Wellenlänge (von elektromagnetischer Strahlung) zugeordnet werden. Wie gross ist diese Wellenlänge und welchem Spektralbereich entspricht das?

Lösungen

- 1a) $4.76 \mu\text{m}$ b) $1.01 \mu\text{eV}$ c) 245 MHz 2a, b, c, d) - e) $4.98 \cdot 10^{-24} \text{ J} = 31.1 \mu\text{eV}$
3) 6.0 MT 4a) - b) $5.6 \cdot 10^{-34} \text{ s}^{-1}$ 5a) $2.56 \cdot 10^{-23} \text{ J}$ b) 7.75 mm