Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung Lie.

$$\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2 y = a\cos(\omega_1 t)$$

Die Konstanten δ, ω_0, a und ω_1 werden durch die Versuchsanordnung festgelegt.

Die allgemeine Lösung lautet: $y(t) = A\cos(\omega_1 t + \varphi) + h(t)$

$h(t)$ ist eine Lösung von $\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2 y = 0$, also eine gedämpfte Schwingung, die mit der Zeit verschwindet. Die Antwortschwingung ist nach einiger Zeit harmonisch und hat die gleiche Frequenz wie die Erregerschwingung, aber sie hat meist eine andere Amplitude und Phase. Amplitude A und Phase φ hängen von der Erregerfrequenz ab.

$$A = \frac{a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_1^2\right)^2 + \left(2\delta\omega_1\right)^2}} \quad \text{und} \quad \tan\varphi = \frac{2\delta\omega_1}{\omega_1^2 - \omega_0^2} \qquad \text{(Abb. 1 und 2)}$$

Für den Spezialfall $\omega_1 = \omega_0$ und $\delta = 0$ lautet die Lösung $y(t) = at(2\omega_0)^{-1}\sin(\omega_0 t) + h(t)$

Ohne Reibung würde die Amplitude der Antwortschwingung unbegrenzt anwachsen!

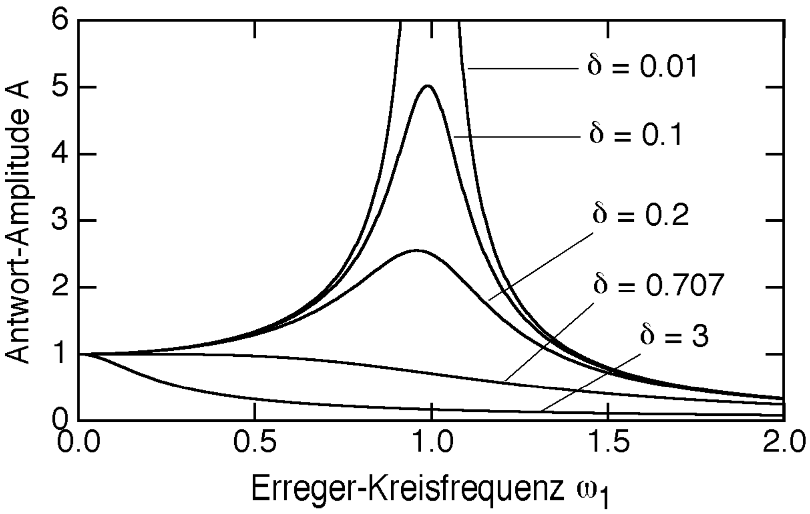

Abb. 1: Amplitude A der Antwortschwingung als Funktion der Erregerkreisfrequenz ω_1 für verschieden starke Dämpfungen δ. ω_1 und δ sind in Einheiten von ω_0 angegeben, die Amplitude A in Einheiten von a/ω_0^2. Das Amplitudenmaximum ist bei $\omega_{1,\max}^2 = \omega_0^2 - 2\delta^2$.

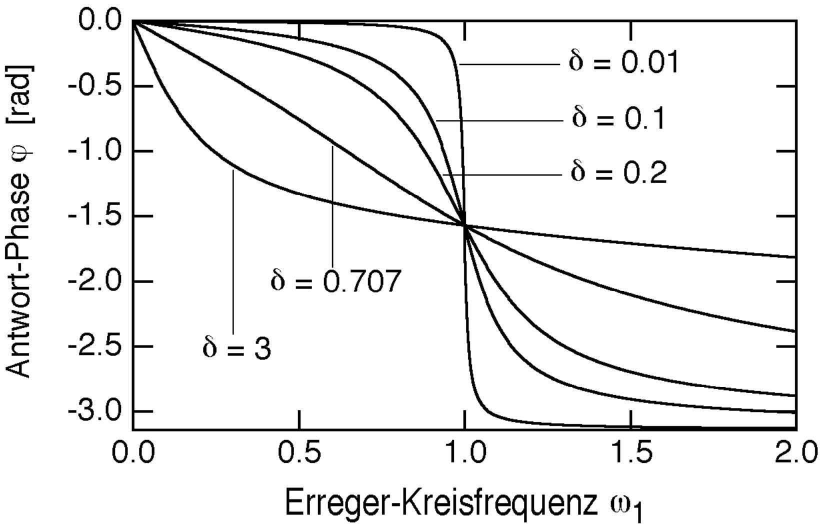

Abb. 2: Phasenverschiebung φ der Antwortschwingung gegenüber der Erregerschwingung als Funktion der Erregerkreisfrequenz ω_1. Bei $\omega_1 = \omega_0$ ist $\varphi = -\pi/2$ d.h. bei Resonanz hinkt die Antwort- der Erregerschwingung eine Viertelperiode nach.

Bei der Kreisfrequenz $\omega_1 = \omega_0$ (Resonanz) wird am meisten Energie vom Erreger auf den Oszillator übertragen (grösste Leistung).