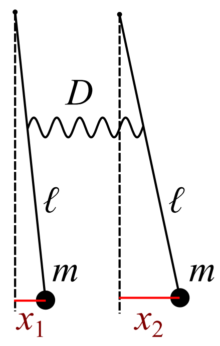
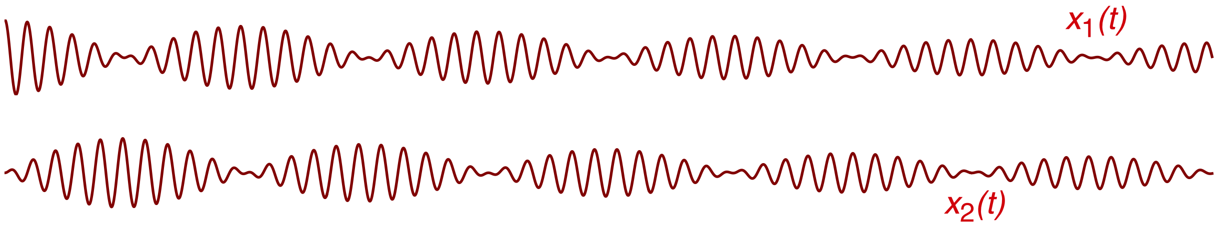
Gekoppelte Pendel

Abbildung 669: Demonstration mit zwei gekoppelten Stangenpendeln Eine Feder koppelt zwei gleiche Stangenpendel (rechts) miteinander. Die Pendelbewegung wird aufgezeichnet, siehe unten. Die Kopplung soll für diesen Versuch eher schwach sein, d.h. die Feder soll weich oder hoch oben befestigt sein.



Die unten dargestellten Bahnen sind Lösungen des linearisierten Differentialgleichungssystems

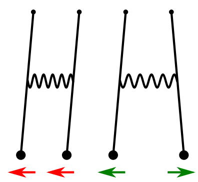
$$m\ddot{x}_1 = -\frac{mg}{\ell}\cdot x_1 + D\cdot(x_2 - x_1) - 2\delta\cdot\dot{x}_1$$
$$m\ddot{x}_2 = -\frac{mg}{\ell}\cdot x_2 - D\cdot(x_2 - x_1) - 2\delta\cdot\dot{x}_2$$



Beobachtungen

1. Stösst man nur das erste Pendel an, so wandert die Schwingungsenergie mit der Zeit zum zweiten Pendel und wieder zurück.
2. Die Energie wandert umso schneller hin und her, je stärker die Pendel gekoppelt sind (härtere Feder oder Feder tiefer stellen).
3. Die Energie wandert umso langsamer, je grösser die Trägheit der Pendel ist (zusätzliche Massestücke auflegen)
4. Die Bewegung einer einzelnen Pendelmasse sieht aus wie eine Schwebung. Eine Schwebung entsteht, wenn zwei Schwingungen leicht unterschiedlicher Frequenz überlagert werden. Diese Schwingungen heissen *Eigenschwingungen* des Systems. Wie sehen sie aus? (Abbildung 670)
5. Startet man eine Eigenschwingung, so wandert die Energie nicht zur anderen Eigenschwingung.

Abbildung 670: Symmetrische und antisymmetrische Eigenschwingungen zweier gekoppelter Pendel. Die Schwingung im Gleichtakt (symmetrisch) hat die tiefere, jene im Gegentakt (antisymmetrisch) die höhere Frequenz.



Die Bewegung der zwei Pendel kann als Überlagerung der zwei Eigenschwingungen aufgefasst werden. Ein System aus zwei gekoppelten Oszillatoren hat zwei Eigenschwingungen. Ein System aus N gekoppelten Oszillatoren hat N Eigenschwingungen.

Beispiele gekoppelter Schwingungen

Zwei Schwingungen
(Abb. 671, 672, 673 von Demonstrationen) Hier kann relativ einfach die Existenz zweier Eigenschwingungen demonstriert werden. Beim Rott'schen Pendel ist die Kopplung zwischen den beiden Pendeln stark. Bei grossen Amplituden vollführt das Gerät eine wilde Bewegung. Die Bewegung lässt sich nur schwer vorhersagen, weil schon kleinste Änderungen der Anfangsbedingungen radikal andere Bahnen zur Folge haben können. Dies ist ein Beispiel für deterministisches Chaos.

Abbildung 671: ebenes Doppelpendel aus zwei Fadenpendeln

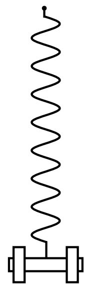


Abbildung 672: Feder mit Hantel, Drehstreckschwingungen

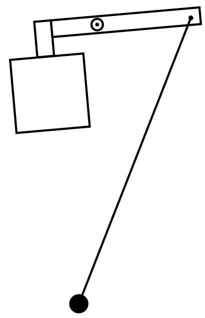


Abbildung 673: Rottsches Pendel, deterministisches Chaos

Drei Schwingungen
Das H_2O-Molekül besteht aus drei Atomen, die durch chemische Bindungen aneinander gekoppelt sind. Die Atome können um ihre Gleichgewichtslage herum schwingen. (Was sind wohl die Eigenschwingungen?) Die drei Eigenfrequenzen sind im Bereich 100 THz (Wasserdampf), d.h. sie können durch Infrarotlicht angeregt werden.

Viele Schwingungen
- Magnete auf Schiene
- Festkörpermodell mit Federn
- Chaldnische Klangfiguren
- Stimmgabel, Glocke
- Helioseismik

Jedes Atom eines Körpers kann als Schwinger in einem System aus gekoppelten Oszillatoren angeschaut werden. Entsprechend viele Eigenschwingungen muss ein Körper haben. Ernst Florens Friedrich Chladni, dt. Physiker, 1756-1827, streute feinen Sand auf Metall- oder Glasplatten und regte diese mit einem Geigenbogen zum Schwingen an. Dadurch sammelte sich der Sand in den Knotenlinien, den "Ruhelinien" der Platten, und bildete so die Chladni'schen Klangfiguren. Bei diesen Platten nennt man die niederfrequenten Eigenschwingungen Biegeschwingungen, die höherfrequenten Wärmebewegungen.
Die Schwingungsenergie wandert wie eine Welle durch die Pendelkette. Wir haben so eine wunderbare Überleitung zum Kapitel "Wellen". In der Tat nennt man die Bewegungen der Metallplatten von Chaldni auch stehende Wellen.